

ВВЕДЕНИЕ

На определенном этапе эволюции сложной системы появляются циклы. Цикл представляет собой устойчивый периодический процесс. Периодические или колебательные явления широко распространены как в природе, так и в социальных явлениях: дыхание, сокращение сердечной мышцы, чередование рождений и смертей, бодрствования и сна, смена времен года, колебания маятника, жизнь звезды, цивилизации, деловые циклы в экономике, периодическое изменение фотосинтеза у растений, колебания размеров ядер в клетках и т.д.

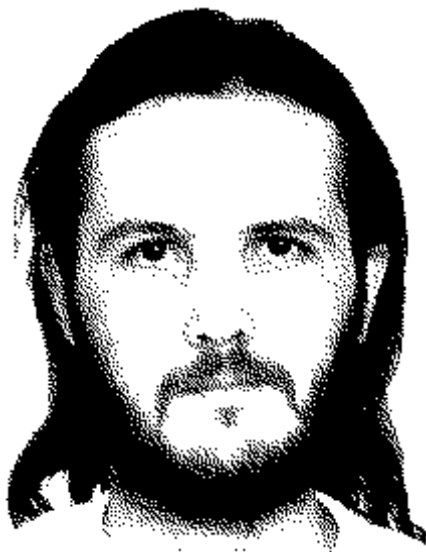
На уровне организаций наблюдается развитие в противофазе пар хищник-жертва. Жертва живет и размножается за счет неисчерпаемых запасов пищи. Хищники живут за счет жертв и в их отсутствии вымирают. Динамика этих процессов имеет колебательный характер и представляет временную, когерентную, диссипативную структуру.

В качестве типичных причин циклических процессов называются провидение и многочисленные космические факторы. Периодичность связывают с биением мирового пульса, великой динамикой природы, различные части которой резонируют одна с другой (см. труды Чижевского Александра Леонидовича); с вечным повторением главного ритма Космоса. Есть 11-летние, 22-летние, 90-летние циклы (солнечная активность); 9, 6-летние (лунные циклы); 7, 12, 365, 2500 - летние (космические циклы) и т. д. Обилие космических циклов позволяет при желании объяснить любой периодический процесс.

В рамках синергетического подхода для объяснения периодичности сторонние причины не нужны. Колебания могут быть свойством самой системы. Сама система после очередной бифуркации преобразует внешнее воздействие в периодическое движение. Параметры движения (период T и амплитуда A) определяются природой системы. Многие динамические

системы обнаруживают тенденцию к переходу в периодический режим. Говорят, что природа не терпит пустоты, но любит ритм и цикличность.

В данной работе рассматривается методика обнаружения периодических зависимостей накопленных данных о развитии одного и более процессов. Рассматривается работа программы «Crystal 2009», являющейся реализацией соответствующего математического аппарата.



Желаю творческих успехов!

Артемьев Эдуард, 2009.

ПРОГРАММА «CRYSTAL 2009»

$$f_i(t) = M_i + A_i \cdot \sin(B \cdot t + C_i), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (1.1)$$

Данные наблюдений для дальнейшей обработки программой «Crystal 2009» следует оформить в виде единого текстового файла:

3

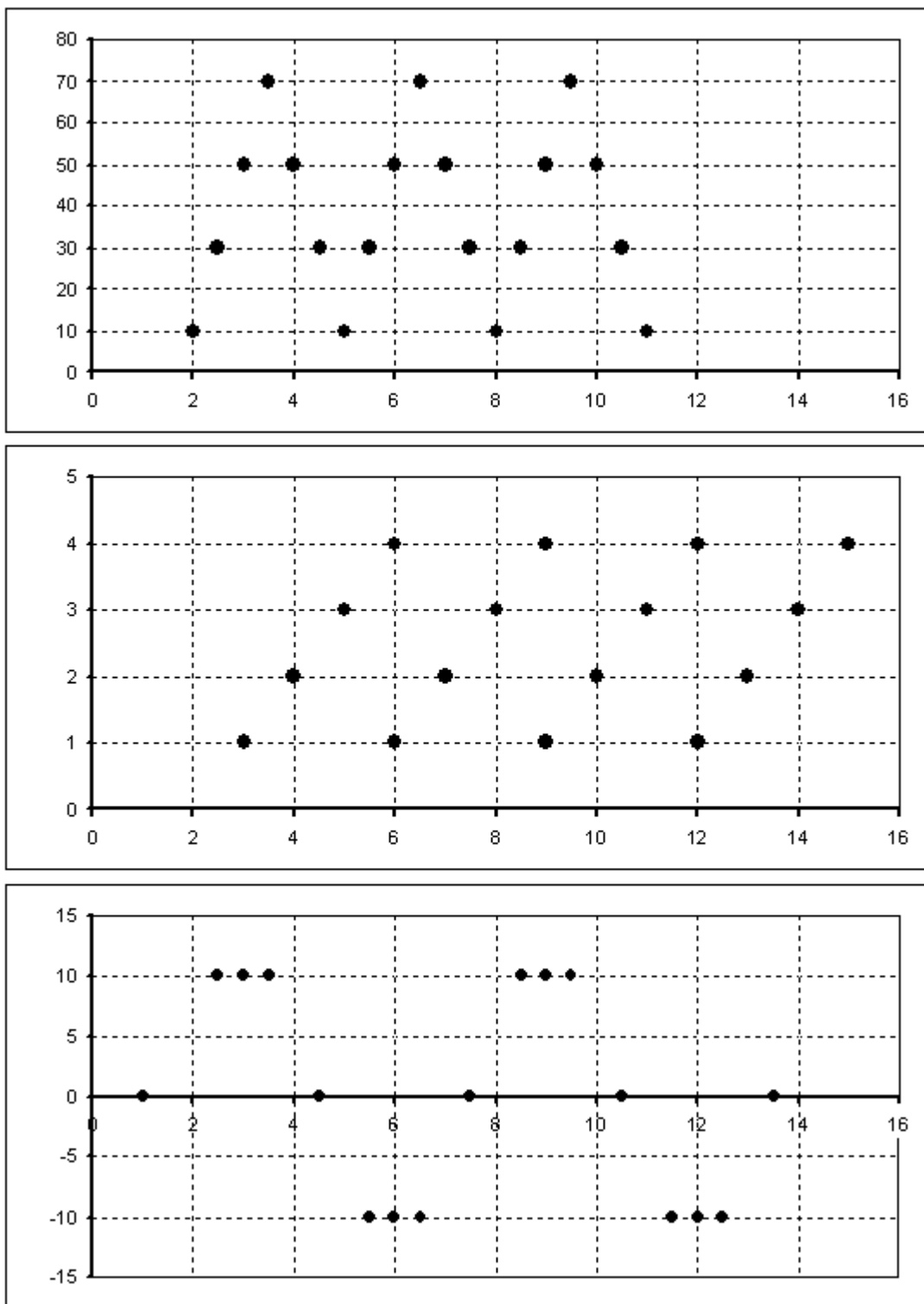


Рисунок 1.1. Excel. Точки наблюдений.

В текстовом файле записываем пары чисел (t_{ij}, x_{ij}) , где $i = 1, 2, \dots, m$ и $j = 1, 2, \dots, n_i$. Причем данные точек наблюдений различных процессов разбиваем на отдельные группы. Разрыв между данными процессов в

текстовом файле следует намечать одной или более строками, не содержащими числовых данных. Например, пустой строкой или строками.

Программа «Crystal 2009» при считывании данных из текстового файла игнорирует нечисловые символы, что даёт пользователям возможность сопровождать файлы ввода своими комментариями.

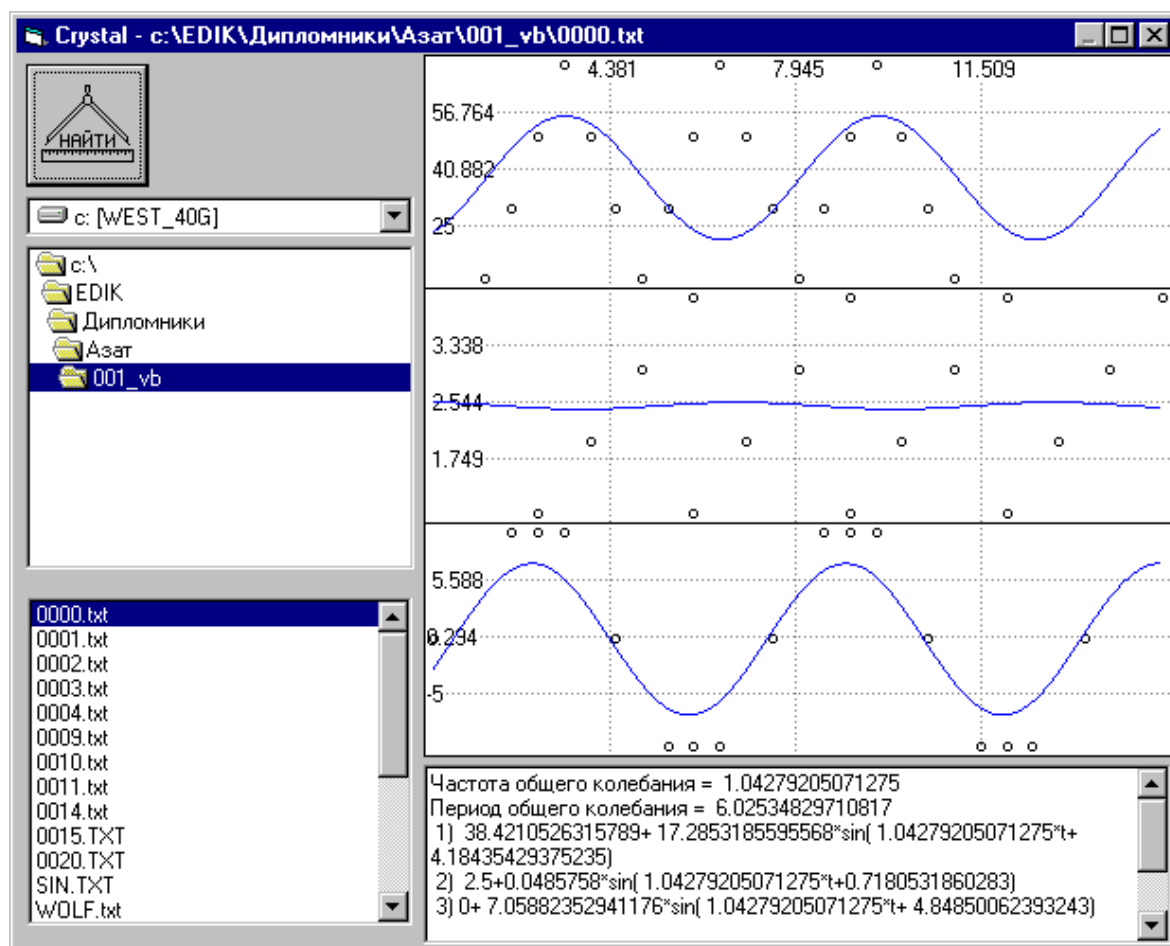


Рисунок 1.2. Результат работы программы «Crystal 2009».

Далее следует запустить программу, указать ей имя файла с входными данными. Обработка данных запускается нажатием кнопки «Найти».

Результатом работы программы являются диаграммы точек наблюдений, графики приближающих функций (тренды) в декартовых координатах и символьные записи уравнений приближающих функций (см. рис. 1.2).

Видим, что программа под каждый изучаемый процесс подобрала индивидуальный волновой тренд вида (1.1), но все они имеют общий частотный коэффициент B .

Текстовые записи уравнений отображаются в отдельном многострочном поле в нижней правой части окна. Там же выводятся данные о частоте общего колебания, периоде общего колебания и среднем относительном отклонении точек наблюдения от трендов.

Текстовый вывод, организованный таким образом, позволяет с помощью буфера обмена переносить числа и формулы в другие среды для дальнейшей работы. Например, в текстовый редактор, электронную таблицу, редактор программы.

Понятие среднего относительного отклонения, используемое в рамках данного труда, отдельно рассматривается в главе 3.

Программа «Crystal 2009» может быть использована исследователями для отслеживания общей волновой (гармонической) составляющей в развитии различных процессов происходящих в реальном мире. Один из примеров практического применения программы будет рассмотрен в главе 4.

ГЛАВА 2

ИНДЕКС КОРРЕЛЯЦИИ КАК РАСПРОСТРАНЁННАЯ МЕРА ТЕСНОТЫ СВЯЗИ МЕЖДУ ТОЧКАМИ НАБЛЮДЕНИЙ И ГРАФИКОМ ПРИБЛИЖАЮЩЕЙ ФУНКЦИИ.

Для оценки тесноты связи между данными статистических наблюдений и подобранным трендом часто используют индекс корреляции R , который вычисляется на основе следующих величин: общая дисперсия σ^2 и остаточная дисперсия σ_f^2 .

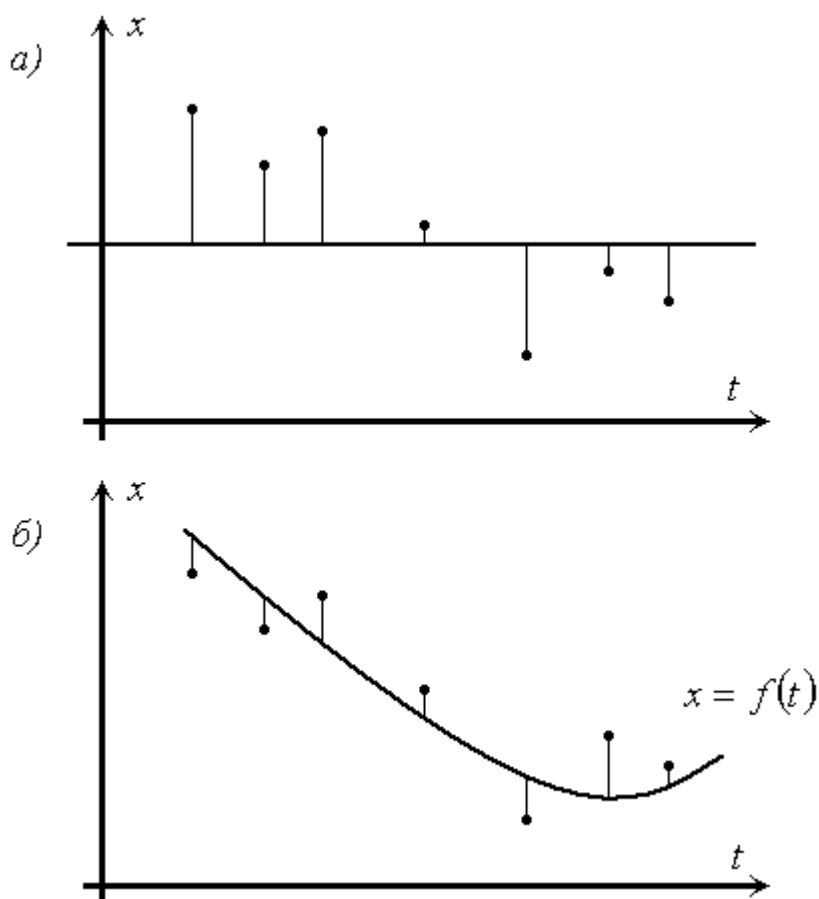


Рисунок 2.1. Графический комментарий
к определению понятий общей и остаточной дисперсии.

Общая дисперсия σ^2 характеризует средний квадрат отклонений по оси OX точек наблюдений от линии математического ожидания

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^n x_j}{n} \quad (2.1)$$

(рис. 2.1(а)) и вычисляется по формуле

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{j=1}^n \left(x_j - \frac{\sum_{j=1}^n x_j}{n} \right)^2}{n} \quad (2.2)$$

Итак, общая дисперсия σ^2 характеризует степень разброса («облако разброса») точек наблюдения вдоль вертикальной оси Ox .

Остаточная дисперсия σ_f^2 характеризует средний квадрат отклонений по оси OX точек наблюдений от линии тренда $x = f(t)$ (рис. 2.1(б)) и вычисляется по формуле

$$\sigma_f^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (x_j - f(t_j))^2}{n} \quad (2.3)$$

Можно сказать, что остаточная дисперсия σ_f^2 характеризует разброс точек наблюдения вдоль оси Ox (вертикальный разброс) относительно линии тренда $x = f(t)$.

На основе вышеописанных дисперсий рассчитывается универсальный показатель тесноты связи, который называется индексом корреляции (теоретическим корреляционным отношением):

$$R = \sqrt{\frac{\sigma^2 - \sigma_f^2}{\sigma^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_f^2}{\sigma^2}} \quad (2.4)$$

Индекс корреляции колеблется в пределах от 0 до 1. Близость его к нулю говорит об отсутствии связи, близость к единице – о тесной связи.

Использование индекса корреляции R как универсального показателя тесноты связи в задачах решаемых программой «Crystal 2009» не представляется возможным, т.к. он рассчитан на работу с данными наблюдений одного процесса. Альтернативная мера тесноты связи – среднее относительное отклонение β – будет рассмотрена в следующей главе.

ГЛАВА 3

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ

И СРЕДНЕЕ ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ

КАК МЕРЫ ТЕСНОТЫ ОПИСАНИЯ ДАННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

ПРИБЛИЖАЮЩИМИ ФУНКЦИЯМИ

Рассмотрим особенности подбора системы приближающих волновых функций $x_i = f_i(t)$ вида (1.1) под данные наблюдений m процессов. В задаче n_i – количество точек наблюдений по i -ому процессу.

Точка (t_{ij}, x_{ij}) – j -я точка наблюдения i -го процесса, где $i = 1, 2, \dots, m$ и $j = 1, 2, \dots, n_i$

Относительным отклонением α_i точек наблюдения (t_{ij}, x_{ij}) от линии тренда $x_i = f_i(t)$ будем называть отношение

$$\alpha_i = \frac{\sigma_{fi}^2}{\sigma_i^2} \quad (3.1)$$

остаточной дисперсии σ_{fi}^2 для i -го процесса к его общей дисперсии σ_i^2 .

Применительно к рассматриваемой задаче можно записать:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - \bar{x}_i)^2}{n_i} = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} \left(x_{ij} - \frac{\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}}{n_i} \right)^2}{n_i} \quad (3.2)$$

и

$$\sigma_{fi}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (x_{ij} - f_i(t_{ij}))^2}{n_i}. \quad (3.3)$$

Относительное отклонение α_i показывает, насколько хорошо линия тренда $x_i = f_i(t)$ описывает положение точек наблюдения (t_{ij}, x_{ij}) на плоскости tOx_i . Как правило $0 < \alpha_i < 1$. Это связано с тем, что $\sigma_{fi}^2 < \sigma_i^2$.

Близость α_i к нулю говорит о том, что i -й тренд хорошо описывает «свои» данные наблюдений, а близость относительного отклонения к единице говорит о слишком большом разбросе точек наблюдения относительно линии тренда.

В случае, когда $\alpha_i > 1$ (т.е. $\sigma_{fi}^2 > \sigma_i^2$), возникает сомнение в целесообразности описания имеющихся данных наблюдений трендом именно такого вида.

Для комплексной (цельной) характеристики того, насколько хорошо система из m трендов описывает данные по всем процессам, введем понятие среднего относительного отклонения β :

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^m \alpha_i}{m}. \quad (3.4)$$

Близость β к нулю говорит о том, что система трендов хорошо описывает данные.

Подбор программой «Crystal 2009» коэффициентов M_i , A_i , B , C_i приближающих функций $f_i(t) = M_i + A_i \cdot \sin(B \cdot t + C_i)$, основан на минимизации среднего относительного отклонения β . Среди всего прочего, в качестве результата работы программа выдаёт значение величины β , что даёт пользователю возможность объективно (а не визуально) оценить, удачность подбора системы волновых приближающих функций.

ГЛАВА 4

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГРАММЫ «CRYSTAL 2009»

В МОДЕЛИРОВАНИИ.

ПОИСК ГАРМОНИЧЕСКОЙ ВЗАИМОСВЯЗИ

МЕЖДУ ОБЪЁМАМИ ЗАГОТОВОК ЗАЙЦА-БЕЛЯКА В ЯКУТИИ

И СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТЬЮ

Проведём совместный анализ данных наблюдений заготовок зайца-беляка в Якутии и солнечной активности (см. рис. 4.1). Как характеристику активности Солнца возьмём число Вольфа.

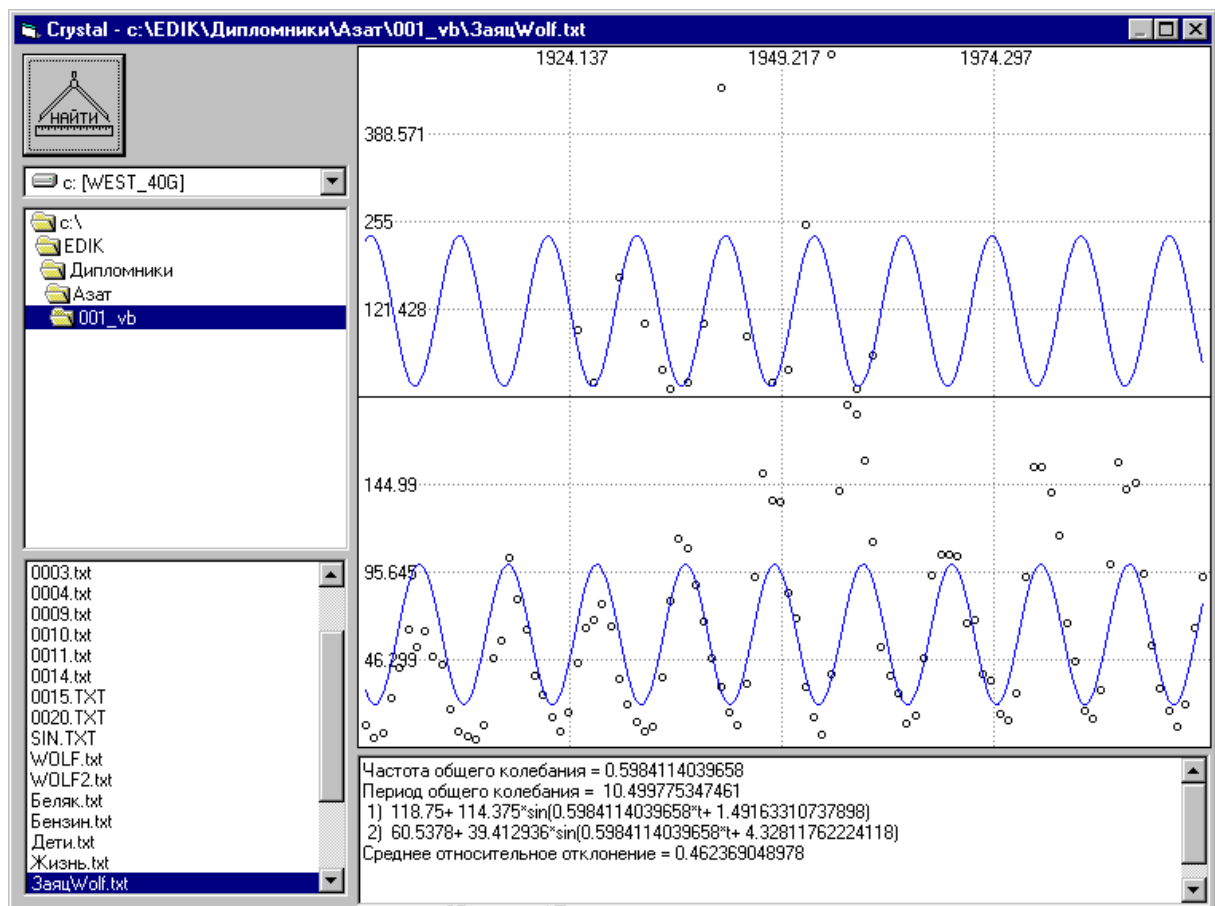


Рисунок 4.1. Этап работы программы Crystal 2009.
Заготовки зайца-беляка в Якутии (верхняя кривая)
и солнечная активность.

Число Вольфа (международное число солнечных пятен, относительное число солнечных пятен, цюрихское число) — названный в честь швейцарского астронома Рудольфа Вольфа числовой показатель количества пятен на Солнце. Является одним из самых распространённых показателей солнечной активности.

Число Вольфа для данного дня вычисляется по формуле:

$$W = k(f + 10g), \quad (4.1)$$

где W - число Вольфа, f - количество отдельных пятен, g - количество групп пятен, k - коэффициент, характеризующий возможности телескопа.

Малое число Вольфа соответствует высокой солнечной активности, большое — малой активности.

Временные наблюдения по отстрелу зайцев и изменению числа Вольфа были оформлены в один файл таким образом, чтоб показатель времени для обоих процессов измерялся одинаковыми единицами в одной системе отсчёта.

Текстовый вывод программы:

```
Частота общего колебания = 0.5973174018745
Период общего колебания = 10.519005954425
1) 118.75+ 114.375*sin(0.5973174018745*t+ 3.56759252563528)
2) 60.5378+ 39.412936*sin(0.5973174018745*t+0.2283208852288)
Среднее относительное отклонение = 0.4604750793237
```

Для обоих процессов программа «Crystal 2009» нашла общую волновую составляющую с периодом 10.5 лет. Среднее относительное отклонение $\beta = 0.46$ дает право говорить о наличии тесной волновой связи между числом отстрела зайцев и числом Вольфа.

Формулы с помощью буфера обмена переносим в Excel. Уже в Excel получаем картину циклической зависимости между исследуемыми величинами (см. рис. 4.2).

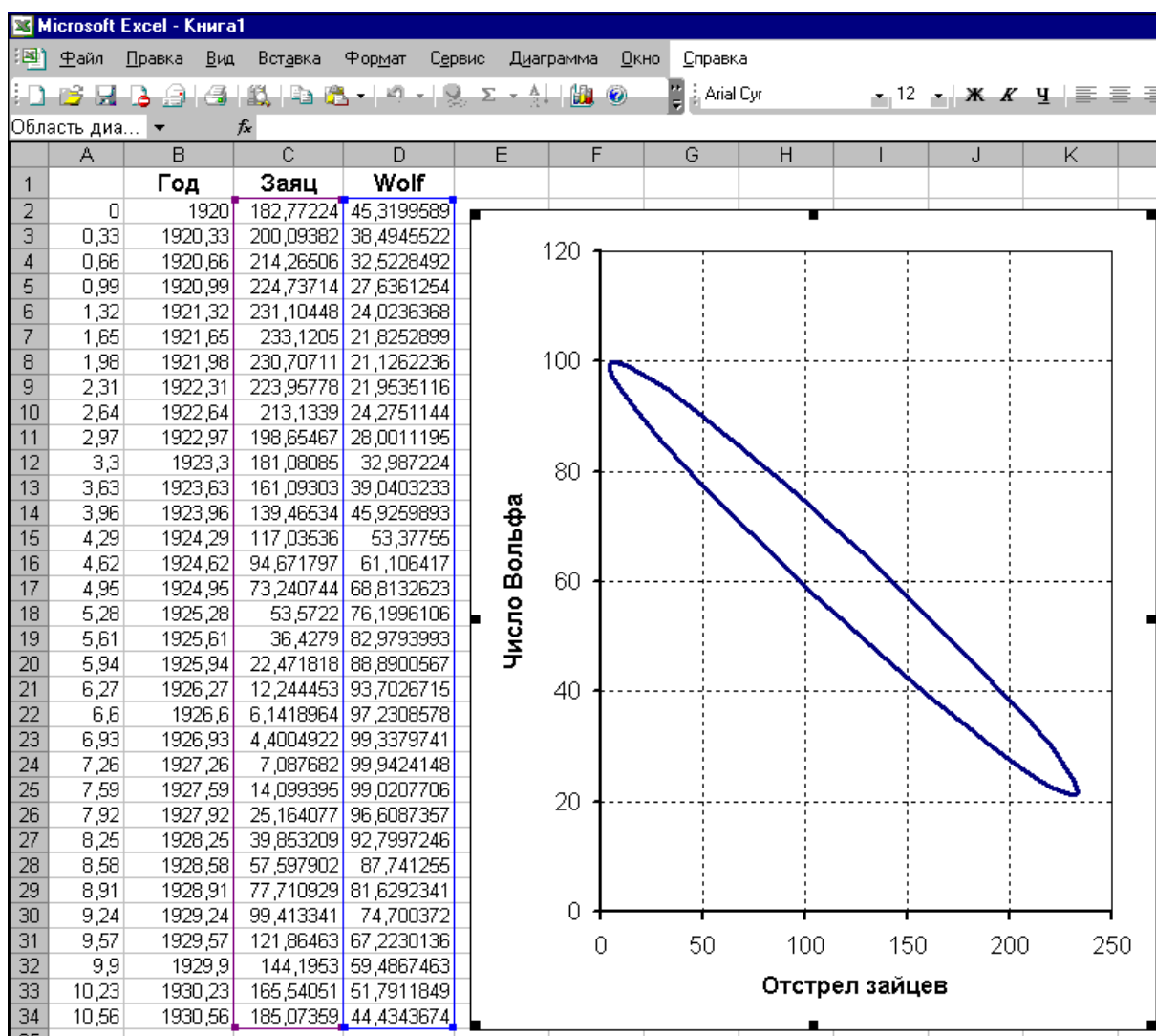


Рисунок 4.2. Работа в Excel.

Из рисунка видно, что графиком этой зависимости является эллипс.